

(3, - 1), (5,1)
 (15, - 1), (16,0), (17,1), (18,2), (19,3)
 (40,0), (42,2), (43,3), (44,4), (48,8)
 (58,2), (60,4), (61,5), (62,6), (64,8)
 (115,15), (116,16), (117,17), (118,18), (119,19),
 (120,20), (122,22), (124,24)
 (206,42), (207,43), (208,44), (209,45), (210,46),
 (211,47), (212,48).

Diese Gruppen scheinen aber, soweit sie nicht mit den oben aufgeführten der neutronen-magischen Zahlen zusammenfallen, nur einen geringeren und hier nicht sicher nachweisbaren Einfluß auf den Verlauf des Streifens auszuüben. Das gilt für die Kerne der protonen-magischen Zahlen 20, 28 und 50, in deren Bereichen der Streifen auch nach Vervollkommen der Ergebnisse wahrscheinlich keine stärkeren Neigungsänderungen aufweisen wird. Das ist in Übereinstimmung mit der schon früher ausgesprochenen Ansicht^{37,38}, daß sich die magischen Protonenzahlen im Schalenbau der Atomkerne weniger stark markieren als die magi-

schen Neutronenzahlen³⁹. Weiterhin fällt auf, daß die „Knicke“ zum Teil nur wenig scharf sind und sich nicht genau bestimmten Massenzahlen zuordnen lassen, wie man es wohl erwarten möchte, sondern sich abgerundet über die oben genannten kleinen Massenzahlbereiche erstrecken (siehe auch Wapstra²³). Eine exakte Angabe der zugrunde liegenden magischen Zahlen allein aus dem Diagramm ist daher nicht möglich.

Bemerkenswert ist die sprunghafte Zunahme der Steigung des Streifens nach Durchlaufen jedes Knickes nach größeren Massenzahlen zu, worauf schon Collins, Nier und Johnson³² auf Grund ihrer Messungen hingewiesen haben. Das besagt, wie nach dem Schalenmodell auch zu erwarten ist, daß alle Neutronen einer höheren Neutronenschale ziemlich gleichmäßig lockerer gebunden sind, als die Neutronen der vorhergehenden tieferen Schale.

Herrn Dr. Wapstra möchte ich für die Übersendung seiner Berechnungen der Bindungsenergien leichter Kerne²² sehr danken.

³⁷ M. Goeppert-Mayer, *Physic. Rev.* **78**, 16 [1950].

³⁸ O. Haxel, J. H. D. Jensen u. H. E. Sueß, *Ergebn. exakt. Naturwiss.* **26**, 270 [1952].

³⁹ Anm. b. d. Korr.: Nach den neuesten Messungen

von A. O. Nier u. Mitarbb. (*Physic. Rev.* **86**, 408; **88**, 666 [1952]) machen sich aber auch die protonen-magischen Zahlen im Verlauf der Energietal-Fläche bemerkbar.

Zur Mesonenerzeugung beim Zusammenstoß energiereicher Nukleonen

Von KLAUS GOTTSTEIN und MARTIN TEUCHER*

Aus dem Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen

(*Z. Naturforschg.* **8a**, 120—126 [1953]; eingegangen am 15. Oktober 1952)

Die Energie- und Winkelverteilung der Spuren eines „Sterns“ vom Typ $0+20\text{ p}$ wird untersucht und mit den Aussagen der Stoßwellentheorie der Mesonenerzeugung von Heisenberg verglichen.

In der letzten Zeit wurde von verschiedenen mit Kernphotographischen Emulsionen arbeitenden Autoren über das Vorkommen von „Sternen“ berichtet, die ausschließlich oder fast ausschließlich aus Spuren bestehen, deren Ionisation sich nahe dem minimalen Wert für ein einfach geladenes Teilchen befindet¹. Diese Ereignisse sind deshalb von be-

sonderem Interesse, weil das Fehlen von Spuren relativ langsamer, also „verdampfter“ oder angestoßener Protonen und α -Teilchen darauf hindeutet, daß es sich um Zusammenstöße zwischen einzelnen Nukleonen handelt, bei denen in einem einzigen Akt mehrere Mesonen erzeugt worden sind (Vielfach-erzeugung). Dabei bleibt dahingestellt, ob das ge-

* Jetzige Anschrift des letzteren: Physikalisches Institut der Universität Bern, Schweiz.

¹ M. Teucher, *Naturwiss.* **37**, 260 [1950]; U. Camerini, P. H. Fowler, W. O. Lock u. H. Muirhead, *Philos. Mag.* **41**, 413 [1950], *Tafel XI*; J. J. Lord, J. Fainberg u. M. Schein, *Physic. Rev.* **80**, 970 [1950]; M. Schein, J. J. Lord u. J. Fainberg, *Physic. Rev.* **81**, 313 [1951]; U. Camerini, W. O. Lock u. D. H. Perkins, *Progress in Cosmic Ray*

Physics, S. 1—61, *Tafel IV*, North Holland Publ. Co., Amsterdam 1952; E. Pickup u. L. Voyvodic, *Physic. Rev.* **82**, 265 [1951]; **84**, 1190 [1951]; M. Demeur, C. Dilworth u. M. Schönberg, *Nuovo Cimento* **9**, 92 [1952]; V. D. Hopper, S. Biswas u. J. F. Darby, *Physic. Rev.* **84**, 457 [1951]; R. R. Daniel, J. H. Davies, J. H. Mulvey u. D. H. Perkins, *Philos. Mag.* **43**, 753 [1952].



troffene Nukleon ein isolierter Wasserstoffkern oder ein Bestandteil der Oberfläche eines schwereren Kerns war. Im letzteren Fall müßte man einen streifenden Zusammenstoß zwischen dem einfallenden Proton und dem schweren Kern annehmen, bei dem nur eins (oder wenige) der Nukleonen seiner Oberfläche in Mitleidenschaft gezogen wurden. In beiden Fällen hat man prinzipiell jedoch die Möglichkeit, die Voraussagen der Theorie über die Vorgänge bei der Mesonenerzeugung unter besonders reinen Bedingungen nachzuprüfen, da die Energie- und Winkelverteilung der in dem primären Stoßakt erzeugten Mesonen nicht durch weitere Zusammenstöße innerhalb eines Atomkerns verwischt wird. Leider ist das bisher vorliegende Versuchsmaterial noch nicht sehr umfangreich. Insbesondere war es bei einigen der oben zitierten Ereignisse nicht möglich, direkte Energiemessungen an den Spuren vorzunehmen, da deren Länge innerhalb der Emulsionschicht dazu nicht ausreichte. Wir halten es daher für gerechtfertigt, die Ergebnisse mitzuteilen, die die Analyse eines weiteren Ereignisses der beschriebenen Art, über das bereits an anderer Stelle kurz berichtet wurde², ergab.

1. Messung von Vielfachstreuung und Korndichte

Abb. 1 zeigt einen „Stern“ vom Typ $0 + 20p$ (in der Bristolschen Terminologie³), der bei der Durchmusterung von Ilford G5-Platten (Dicke der Emulsionschicht 400μ) gefunden wurde. Die Platten waren mit Hilfe von Freiballonen etwa 10 Stdn. in 15 bis 18 km Höhe exponiert worden. Die Primärspur P ist 2,7 mm lang, von den 20 Sekundärspuren sind drei länger als 10 mm und elf länger als 2 mm. Die Vielfachstreuung dieser 11 Spuren wurde mit Hilfe eines von der Firma Ernst Leitz, Wetzlar, entwickelten Meßmikroskops, des sog. „Koordinaten-Komparators“, gemessen, das einen Kreutztisch mit aufgesetztem Drehtisch besitzt. Der Kreutztisch hat bei hoher mechanischer Präzision seiner Führung in beiden Bewegungsrichtungen einen Verschiebungsbereich von 150 mm. Die Streumessungen wurden nach der „Koordinatenmethode“⁴ ausgeführt. Bei der Auswertung zur Energiebestimmung wurde die leichte Abhängigkeit der „Streukonstanten“

von der Geschwindigkeit des Teilchens und der „Zellenlänge“ berücksichtigt, ferner wurde der Einfluß von „unechter Streuung“ durch Kombination der mit Zellen verschiedener Länge gewonnenen Ergebnisse eliminiert⁵. Der Einfluß der Emulsionsverzerrung durfte vernachlässigt werden. Auf diese Weise konnte die Größe $p\beta$ (p : Impuls, $\beta = v/c$) für 10 Teilchen bestimmt werden, während sich bei einem Teilchen nur ein unterer Grenzwert ergab, da die Länge der betreffenden Spur die Wahl einer ausreichend großen Zellenlänge nicht gestattete.

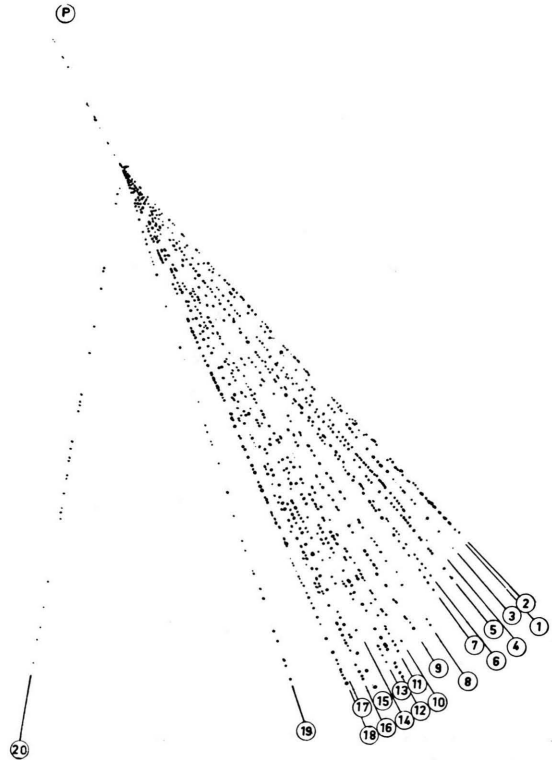


Abb. 1. „Stern“ vom Typ $0 + 20p$ (Faksimilezeichnung nach der Projektion). Beobachterin Frl. Chr. Schriel.

Für alle Spuren wurde die mittlere Korndichte gemessen. Zur Herabsetzung von subjektiven Fehlern wurden dabei zusammenhängende Komplexe von mehreren Körnern („blobs“, Klümpchen) als eine Einheit gezählt⁶. Um von etwaigen Schwankungen des Grades

² M. Teucher, Naturwiss. **39**, 68 [1952]. Siehe dazu auch W. Heisenberg, Naturwiss. **39**, 69 [1952].

³ R. H. Brown, U. Camerini, P. H. Fowler, H. Heitler, D. T. King u. C. F. Powell, Philos. Mag. **40**, 862 [1949].

⁴ P. H. Fowler, Philos. Mag. **41**, 169 [1950]; K. Gottstein, M. G. K. Menon, J. H. Mulvey, C. O'Ceallaigh u. O. Ro-chat, Philos. Mag. **42**, 708 [1951].

⁵ M. G. K. Menon, C. O'Ceallaigh u. O. Ro-

chat, Philos. Mag. **42**, 932 [1951]; K. Gottstein u. J. H. Mulvey, Philos. Mag. **42**, 1060 [1951]. Ein zusammenfassender Bericht über die Durchführung und Auswertung von Streumessungen findet sich im Anhang der 2. Auflage (Verlag Springer 1953) des Buches „Kosmische Strahlung“ von W. Heisenberg.

⁶ L. Voyvodic, Report of a Conference on V-particles and Heavy Mesons, Bristol [1951], S. 16; R. R. Daniel et al. l. c.¹.

der photographischen Entwicklung innerhalb der Emulsionsschicht unabhängig zu sein, wurden die gemessenen Korndichten auf die des Primärteilchens und der in unmittelbarer Nachbarschaft des Sterns verlaufenden Spuren energiereicher Elektronenpaare bezogen. Deren mittlere Korndichte, die also gleich 1 gesetzt wurde, betrug 21,9 „Klumpchen“/100 μ .

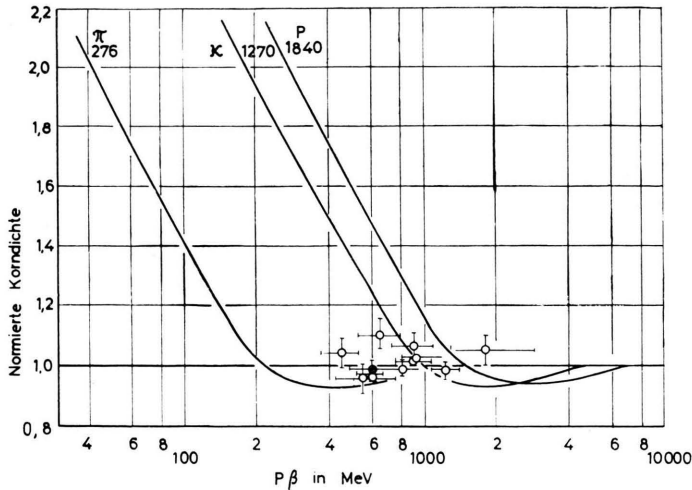


Abb. 2. Die normierte Korndichte in Einheiten ihres Plateau-Wertes als Funktion von $p\beta$ (p : Impuls). Der ausgefüllte Punkt stellt nur einen unteren Grenzwert von $p\beta$ dar. Die Kurven geben den für π -Mesonen, Mesonen der Masse 1270 m_{el} und Protonen zu erwartenden Funktionsverlauf nach Daniel et al.¹ wieder.

In Abb. 2 ist die so normierte Korndichte als Funktion von $p\beta$ für die 11 Teilchen aufgetragen. Die angegebenen Fehlergrenzen für die Korndichte g stellen die Größen g/\sqrt{n} dar, wobei n die Anzahl der gezählten „Klumpchen“ ist; die Grenzen für $p\beta$ ergaben sich dadurch, daß dem mittleren Streuwinkel $\bar{\alpha}$ ein Fehler $0,67 \cdot \bar{\alpha}/\sqrt{m}$ zugeschrieben wurde, wobei m die Anzahl der unabhängigen, d. h. nicht überlappenden Zellen ist. Die eingetragenen Kurven geben den für π -Mesonen, Teilchen einer mittleren Masse von 1270 m_{el} (κ - oder χ -Mesonen) und Protonen zu erwartenden Funktionsverlauf wieder. Es zeigt sich, daß einige der Sekundärteilchen nahezu mit Sicherheit als π -Mesonen angesehen werden dürfen, während bei den meisten eine zweifelsfreie Massenbestimmung nicht möglich ist. Bei einem oder zwei der Partikeln handelt es sich möglicherweise um κ - oder χ -Mesonen, doch ist selbst der Meßpunkt, bei dem die Wahrscheinlichkeit hierfür am größten ist, nur um die dreifache statistische Schwankung von der π -Mesonenkurve entfernt.

2. Neutrale Mesonen

Ein den Schauer enthaltendes Emulsionsvolumen mit kreissektorenförmigem Grundriß wurde unter hoher Vergrößerung systematisch nach Elektronen-

paaren abgesucht. Unter der Annahme, daß jedes der neutralen Mesonen in zwei γ -Quanten zerfällt, ergibt sich die Zahl N der zu erwartenden Elektronenpaare angenähert aus der Beziehung:

$$N = 2 q L R / \lambda. \quad (1)$$

Dabei ist L die Gesamtlänge der Spuren des Schauers in dem durchsuchten Emulsionsvolumen, q der Anteil der geladenen Mesonen an der Gesamtzahl der geladenen Teilchen, R das Verhältnis der Häufigkeiten von neutralen und geladenen Mesonen und λ die Konversionslänge der γ -Quanten. (Der Weg, den die neutralen Mesonen vor ihrem Zerfall zurücklegen, kann hier gegenüber λ vernachlässigt werden.) Mit $L = 94,9$ mm, $q = 0,9$, $R = 0,5$ und $\lambda = 4$ cm folgt

$$N \sim 2,1.$$

In einer Entfernung von 3,5 mm vom Stern wurde ein Elektronenpaar gefunden, bei dem die Gerade, die den Winkel zwischen den beiden Elektronenpaaren halbiert, am Sternzentrum in einem Abstand vorbeiläuft, der kleiner als 2μ ist. Mit der Richtung des Primärteilchens bildet diese Gerade einen räumlichen Winkel von $1,5^\circ$. Es wurde daher angenommen, daß dieses Paar von einem γ -Quant erzeugt wurde, das seinerseits das Zerfallsprodukt eines dem Schauer zugehörigen π^0 -Mesons war.

Die Messung ihrer Vielfachstreuung ergab für die Energien der beiden Elektronen Werte von

$$\left(770 \begin{smallmatrix} +160 \\ -100 \end{smallmatrix} \right) \text{ MeV und } \left(1050 \begin{smallmatrix} +350 \\ -180 \end{smallmatrix} \right) \text{ MeV.}$$

Die Summe stellt eine untere Grenze für die Energie des π^0 -Mesons dar.

3. Energie- und Winkelverteilungen

Abb. 3 zeigt im Laborsystem die differentielle Energieverteilung der Teilchen, bei denen eine Energiemessung möglich war, in willkürlichen Einheiten. Dabei ist jedem Teilchen ein Rechteck gleichen Flächeninhalts zugeordnet worden, dessen Basis durch den mittleren Fehler der Energie gegeben ist. Dem geladenen Teilchen, von dessen Energie nur ein unterer Grenzwert bekannt ist, wurde ein Fehlerbereich zugeteilt, dessen oberer Grenzwert in bezug auf den Mittelwert der Energien symmetrisch

zum unteren liegt, die Unsicherheit in der Energie des π^0 -Mesons wurde zu 100% ihres unteren Grenzwerts geschätzt. Das Polygon entsteht dann dadurch, daß in jedem Energieintervall die dort liegenden Teile der Rechtecke summiert werden. Die eingetragenen Kurven stellen für vier verschiedene kinetische Primärenergien (30, 40, 50 und 60 BeV) die Energieverteilungen dar, die sich nach Heisenberg⁷ ergeben, wenn man im Schwerpunktsystem Isotropie der Teilchen und ein Energiespektrum der Form

$$dn = a \cdot \frac{dk'_0}{k'^2_0} \quad (2)$$

annimmt, das bei $k'_0 = \varepsilon' \frac{4M + \varepsilon'}{4M + 2\varepsilon'}$ abbricht. Dabei bedeutet k'_0 die Energie (einschl. Ruhenergie), ε' die insgesamt in Mesonenenergie umgesetzte Energie und M die Ruhmasse des Protons. Die Kurven sind so normiert, daß die von ihnen und der Ordinate eingeschlossene Fläche gleich der Summe der Rechtecke ist (etwa 20% der unter den Kurven liegenden Fläche befinden sich bei Energien $> 2,8$ BeV). Offenbar besteht ein Überschuß von Teilchen mit kleinen Energien, was nach Heisenberg^{8,9} qualitativ auch

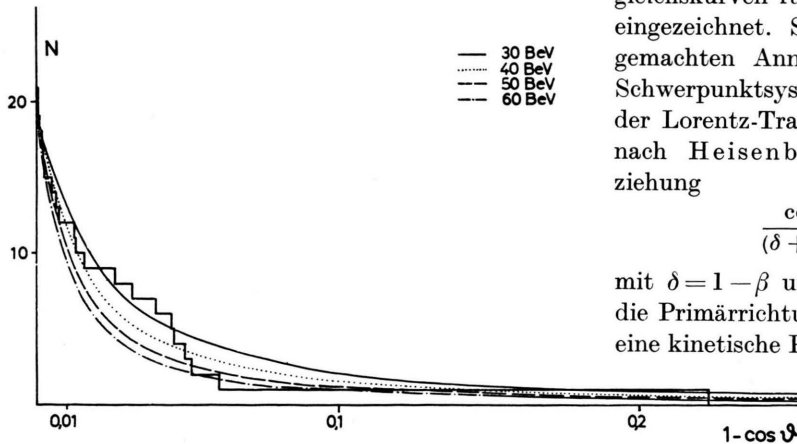


Abb. 4. Die integrale Winkelverteilung im L-System für alle 21 Teilchen (einschl. des neutralen). Die Kurven stellen die unter denselben Annahmen wie bei Abb. 3 zu erwartenden Verteilungen für kinetische Primärenergien von 30, 40, 50 und 60 BeV dar. ϑ ist der Winkel gegen die Primärriichtung.

⁷ W. Heisenberg, Z. Physik **126**, 569 [1949], Gl. (13); Nature [London] **164**, 65 [1949], Gl. (8).

⁸ W. Heisenberg, Kosmische Strahlung, 2. Auflage, Springer 1953, Kap. II, 7.

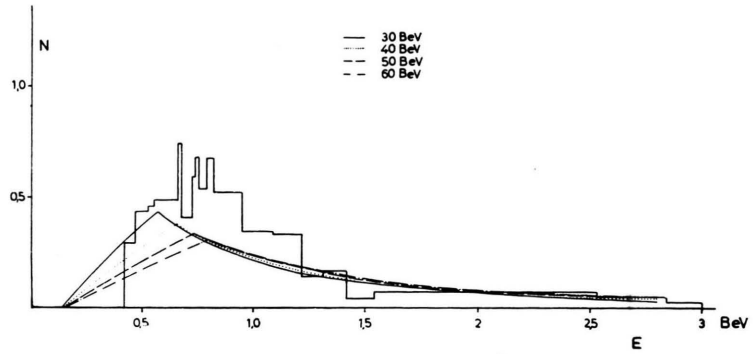


Abb. 3. Die differentielle Energieverteilung von zwölf Schauerteilchen im L-System. Jedem Teilchen wurde der gleiche Flächeninhalt zugeteilt (siehe Text). Die Kurven sind das Ergebnis der Lorentz-Transformation für kinetische Primärenergien von 30, 40, 50 und 60 BeV, wenn im S-System Isotropie und ein Energiespektrum der Form $dn = a \cdot dk'_0/k'^2_0$ angenommen wird.

zu erwarten ist. Es wird dort angenommen, daß das Spektrum (2) bereits bei einer Energie $\varepsilon/\sqrt{1-\beta^2}$ abbricht bzw. abklingt (ε bedeutet die Ruhenergie des π -Mesons und β die Geschwindigkeit des Schwerpunkts gegenüber dem Laborsystem). Dadurch wird die mittlere Energie der Mesonen im Schwerpunktsystem herab- und ihre Anzahl heraufgesetzt, und damit vermindert sich auch die mittlere Energie im Laborsystem.

Die integrale Winkelverteilung im Laborsystem ist in Abb. 4 aufgetragen. Wieder sind die Vergleichskurven für vier verschiedene Primärenergien eingezeichnet. Sie ergeben sich unter den oben gemachten Annahmen über die Verhältnisse im Schwerpunktsystem ebenfalls durch Ausführung der Lorentz-Transformation, und zwar werden sie nach Heisenberg* angenähert durch die Beziehung

$$\frac{\text{const}}{(\delta + u)^{3/2}} \left(1 + \frac{\delta}{8(u + \delta)} \right) \quad (3)$$

mit $\delta = 1 - \beta$ und $u = 1 - \cos \vartheta$ (ϑ : Winkel gegen die Primärriichtung) wiedergegeben. Die Kurve für eine kinetische Primärenergie von 40 BeV paßt sich der experimentellen Verteilung am besten an. Zur weiteren Veranschaulichung sind in Abb. 5, 6 und 7 die Energie- und Winkelverteilungen wiedergegeben, die sich aus den

⁹ W. Heisenberg, Z. Physik **133**, 65 [1952].

* Integration von Gl. (10) in ⁷ über alle Energien.

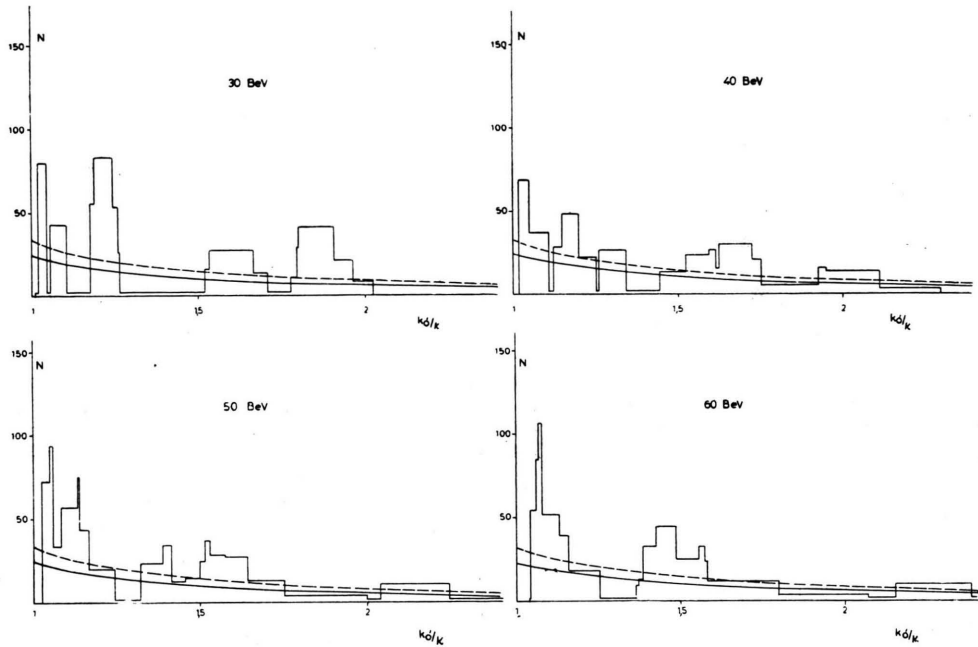


Abb. 5. Die differentielle Energieverteilung (in Einheiten der Ruhenergie des π -Mesons) im S-System für kinetische Primärenergien von 30, 40, 50 und 60 BeV. Ein weiteres Teilchen liegt zwischen $k'_0/\kappa = 4$ und 10. Die Kurven stellen die Funktion x^2/k'_0^2 dar. Sie sind mit dem Polygon auf gleichen Flächeninhalt normiert, wobei die ausgezogene Kurve bis Unendlich, die gestrichelte bis $k'_0/\kappa = 4$ fortgesetzt zu denken ist.

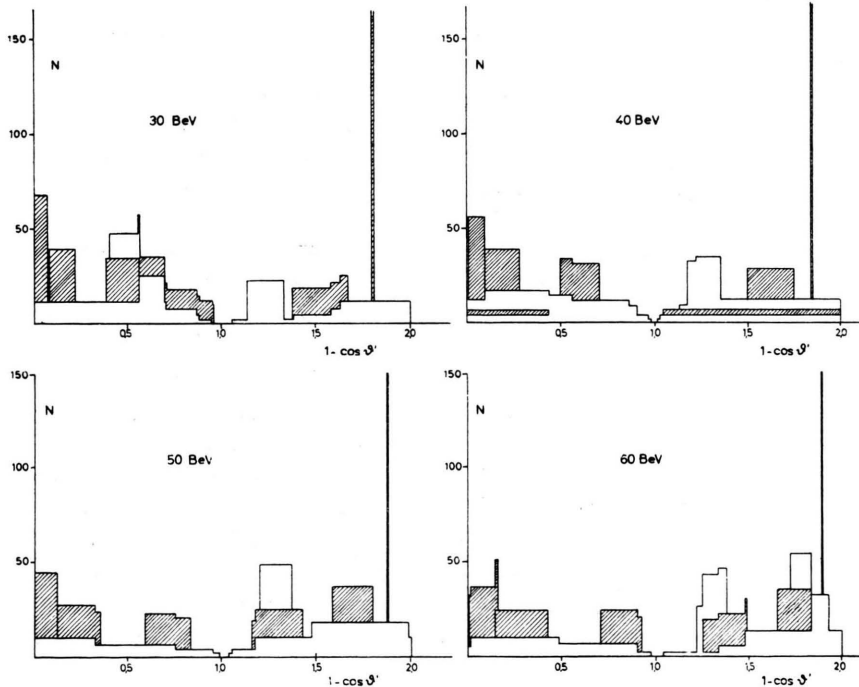


Abb. 6. Die differentielle Winkelverteilung im S-System für kinetische Primärenergien von 30, 40, 50 und 60 BeV. Die schraffierten Flächen stellen Teilchen dar, deren Energie im S-System größer als 200 MeV ist.

gemessenen durch Transformation ins Schwerpunktsystem ergeben, wobei wieder mit vier verschiedenen Primärenergien gerechnet wurde.

Abb. 5a bis d zeigen die differentiellen Energieverteilungen i. Schwerpunktsystem. Jedes Teilchen wird wie in Abb. 3 durch ein Rechteck gleicher Fläche repräsentiert, dessen eine Seite durch die Fehlergrenzen in der Energiebestimmung gegeben ist. Ein weiteres Teilchen liegt im Bereich zwischen $k'_0/\kappa = 4$ und $k'_0/\kappa = 14$. Zum Vergleich wurde die Funktion $1/(k'_0/\kappa)^2$ eingetragen, die auf zweierlei Weise auf gleiche Fläche mit dem experimentellen Polygon

normiert wurde: Die ausgezogene Kurve ist bis ins Unendliche fortgesetzt zu denken, die gestrichelte bricht bei $k'_0/\kappa = 4$ ab. Wieder ist die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment am besten für eine kinetische Primärenergie von 40 BeV, doch zeigt sich auch hier, in demselben Sinne wie bei Abb. 3, ein gewisser Überschuß von Teilchen mit kleinen Energien.

Die differentielle Winkelverteilung im Schwerpunktsystem ist für die vier verschiedenen Primärenergien in Abb. 6a bis d dargestellt. Es zeigt sich eine leichte Bevorzugung der Winkel um 0° und 180° gegen die Primärrichtung. Die schraffierten Flächen bezeichnen Teilchen, die im Schwerpunktsystem Energien > 200 MeV besitzen. Man sieht,

Abb. 7 gibt die integrale Winkelverteilung. Da auch hier die Größe $1 - \cos \vartheta'$ als Ordinate gewählt wurde, müßte sich bei Isotropie eine gerade Linie ergeben. Die Verteilung für 40 BeV paßt sich der Geraden am besten und auch am symmetrischesten an.

4. Diskussion

Die Abb. 4, 5 und 7 lassen es glaubhaft erscheinen, daß die Energie E_{Pr} des den Schauer erzeugenden Teilchens bei etwa 40 BeV liegt. Die mittlere Energie der 12 Teilchen, bei denen die Messung durchgeführt werden konnte, beträgt mindestens 960 MeV, unter der Annahme, daß es sich bei ihnen allen um π -Mesonen handelt. Sind einige von ihnen κ -Mesonen oder Protonen, so wird diese untere Grenze für den Mittelwert noch etwas erhöht. Nimmt man an, daß insgesamt 27 Mesonen erzeugt wurden ($R = 0,5$), so hätte bei einer Primärenergie von 40 BeV die mittlere Energie der restlichen 17 Teilchen weniger als 1,65 BeV zu betragen. Aber auch der Wert 1,65 BeV liegt noch innerhalb der statistischen Schwankung des gemessenen Mittelwerts. Diese Überlegung bietet also keinen Einwand gegen die Annahme von etwa 40 BeV als Primärenergie, sie macht jedoch eine erheblich höhere Energie unwahrscheinlich.

Daniel et al.¹ verwenden zur Abschätzung der Primärenergien die Beziehung

$$\frac{E_{Pr}}{Mc^2} = \frac{2}{\eta^2}, \quad (4)$$

wobei η den Mittelwinkel des Schauers bedeutet, d. h. die Hälfte desjenigen Öffnungswinkels, innerhalb dessen die Hälfte aller Teilchen liegen. Sie ist jedoch nur unter der Voraussetzung gültig, daß dem Winkel η im S-System der Winkel $\pi/2$ entspricht, was wiederum nur zutrifft, wenn die Schwerpunktschwindigkeit kleiner als die Geschwindigkeit der meisten Mesonen ist. Anderenfalls werden die im S-System unter kleinem Winkel „nach hinten“ emittierten Mesonen — bei sehr hohen Energien ist der Anteil dieser Mesonen beträchtlich^{8, 9, 10} — im L-System unter einem Winkel gegen die Primärrichtung laufen, der kleiner als der ins L-System transformierte Winkel $\pi/2$ ist. Im vorliegenden Fall ($\eta = 9,3^\circ$), in dem man eine isotrope Verteilung im S-System in erster Näherung noch annehmen darf, würde (4) das Ergebnis $E_{Pr} = 70$ BeV liefern, ein Wert, der offenbar zu hoch ist.

¹⁰ E. Fermi, Progr. theor. Phys. (Japan) **5**, 570 [1950]; Physic. Rev. **81**, 683 [1951].

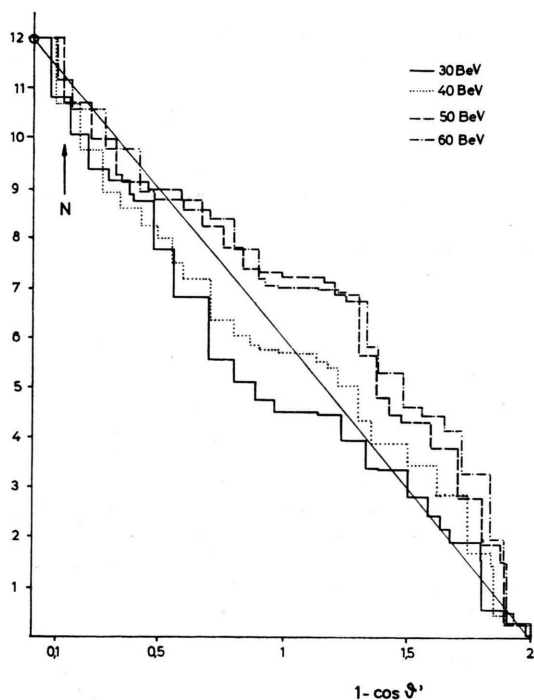


Abb. 7. Die integrale Winkelverteilung im S-System für vier verschiedene Primärenergien.

daß es — im Einklang mit den Aussagen der Stoßwellentheorie der Mesonenerzeugung⁸ — in erster Linie gerade diese energiereicheren Teilchen sind, die die — hier nur schwache — Anisotropie hervorrufen. Dabei ist zu berücksichtigen, daß bei den beiden Teilchen, von deren Energie nur ein unterer Grenzwert bekannt ist, die Größe der aus Energie und Winkel im Laborsystem berechneten Winkel ϑ' eher noch überschätzt und somit die Isotropie scheinbar erhöht wurde.

Die Beziehung $\overline{\cos \vartheta} = 1 - \frac{1,74 M}{E_{Pr} + M}$ [s. Anm. 7, Gl. (12),] ergibt hier $E_{Pr} = 52$ BeV.

Der Tab. 1 ist zu entnehmen, daß die Inelastizität d. h. der Bruchteil γ der im S-System zur Verfügung stehenden Energie $\varepsilon' = 2M(1/\sqrt{1-\beta^2} - 1)$, der in Mesonenenergie verwandelt wird, etwa gleich 1, dem größtmöglichen Wert, ist. $\overline{E'}$ bedeutet die gemessene mittlere Energie für 12 Mesonen im S-System, stellt aber wiederum nur einen unteren Grenzwert dar. Dasselbe gilt infolgedessen auch für γ .

$E_{Pr} - Mc^2$ (BeV)	30	40	50	60
ε' (BeV)	5,9	7,0	8,0	8,9
$\varepsilon'/27$ (MeV)	217	258	295	329
$\overline{E'}$ (MeV)	265	272	280	290
γ	1,22	1,05	0,95	0,88
$\overline{n}(\gamma = 1)$	18	20	22	24

Tab. 1.

Der Erwartungswert $\bar{\gamma}$ der Inelastizität, für den sich aus der Stoßwellentheorie [s. Anm. 9, Gl. (32)], die Beziehung

$$\bar{\gamma} = \frac{2}{\log^2 \gamma_{\min}} (1 - \gamma_{\min} + \gamma_{\min} \log \gamma_{\min})$$

mit $\gamma_{\min} = \frac{\overline{k'_0}}{M \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)}$ und der mittleren

Energie der Mesonen im S-System

$$\overline{k'_0} \approx \frac{\ln \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}}{1 - \sqrt{1-\beta^2}} *$$

ergibt, liegt für die hier betrachteten Energien zwischen 0,25 und 0,20. Er ist wegen der exponentiellen Abhängigkeit der Inelastizität vom Stoßparameter jedoch großen Schwankungen unterworfen. Die in Anm. 7, Gl. (17), angegebene, allerdings nur für Energien zwischen 3 und 30 BeV brauchbare Approximation

$$\overline{\cos \vartheta} = 1 - \frac{8}{n} \gamma^2$$

würde im vorliegenden Fall ($\overline{\cos \vartheta} = 0,9695, n = 27$) den Wert $\gamma = 1,67$ liefern.

Während die mittlere Energie $\overline{k'_0}$ unabhängig von der Elastizität ist, ist der Erwartungswert \bar{n} der Mesonenzahl ihr proportional. Die aus den Rech-

nungen von Heisenberg⁹ für $\gamma = 1$ folgenden Werte von \bar{n} sind ebenfalls in Tab. 1 angegeben. Die Abweichung von dem Wert $n = 27$ liegt innerhalb der statistischen Schwankung.

Abschließend kann gesagt werden, daß die von Heisenberg abgeleiteten Beziehungen zwischen Primärenergie und Mesonenzahl bzw. Primärenergie und Inelastizität sowie Primärenergie und mittlerer Mesonenenergie im S-System den experimentellen Befund richtig wiederzugeben scheinen. (Hopper und Biswas¹¹ geben z. B. für Primärenergien zwischen 30 und 60 BeV in sehr guter Übereinstimmung mit der Theorie einen Wert $\gamma \approx 1/4$ und für $\overline{\cos \vartheta} \sim 0,97$ eine Mesonenzahl $n \approx 7$ an.) Gelegentliche Abweichungen von den theoretischen Mittelwerten (so der Wert $\gamma = 1$ in dem hier berichteten Fall) können durchaus mit den zu erwartenden großen statistischen Schwankungen erklärt werden. Ein endgültiges Urteil wird man jedoch erst abgeben können, wenn mehr experimentelles Material vorliegt.

Die Verfasser sind Herrn Professor W. Heisenberg für viele lehrreiche Diskussionen zu großem Dank verpflichtet. Herrn Professor K. Wirtz danken sie für sein freundliches Interesse und Herrn K. Symanzik für wertvolle Hinweise. Die in Abb. 1 wiedergegebene Zeichnung wurde von Frl. Chr. Schriel angefertigt, bei der Zeichnung der Diagramme hat uns Frau H. Baumbach unterstützt.

Herrn Dr. h. c. Ludwig Leitz und Herrn Dr. H. Claussen von der Firma Ernst Leitz in Wetzlar, die dem Max-Planck-Institut für Physik in großzügiger Weise einen „Koordinaten-Komparator“ zur Verfügung gestellt hat, schulden wir besonderen Dank.

Die Durchführung der Ballonaufstiege wurde uns sehr erleichtert durch die gute Zusammenarbeit mit den Herren des Zentralamts des Deutschen Wetterdienstes in der U.S.-Zone, des Meteorologischen Amtes für Nordwestdeutschland, des Instituts für Ionosphärenforschung in der Max-Planck-Gesellschaft und der Firma Dr. Graw, Nürnberg, die uns mit Rat und durch Ausrüstung mit geeigneten Funkgeräten und Radiosonden unterstützten, wofür wir insbesondere den Herren Professor Weickmann, Professor Scherhag, Direktor Dr. Benkendorff, Ob.Reg.Rat Dr. Baumbach, Dr. W. Dieminger und Dr. J. Graw danken. Die uns von Herrn Professor M. Schein, Chicago, mitgeteilten Erfahrungen über die Ballontechnik waren uns von großem Wert. Möglich wurde die Durchführung der Aufstiege erst dank der unermüdlichen Arbeit der Mitglieder unserer Werkstatt, besonders der Herren S. Deike und K. Böttcher.

* Von der Korrektur, die durch die Abb. 5 der zitierten Arbeit⁹ gegeben wird, kann hier abgesehen werden.

¹¹ V. D. Hopper u. S. Biswas, Physic. Rev. 86, 209 [1952].